

Soal OSK Matematika SMP 2015

Bagian A: soal pilihan ganda

1). Operasi $*$ untuk himpunan bilangan $S = \{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6\}$ didefinisikan sesuai tabel di bawah ini

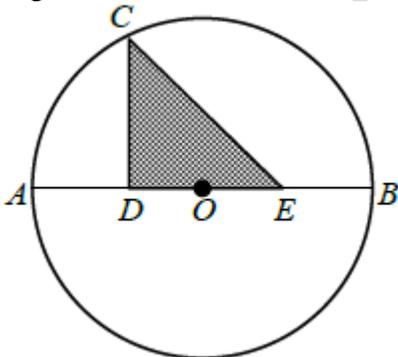
*	0	1	2	3	4	5	6
0	0	0	0	0	0	0	0
1	0	1	2	3	4	5	6
2	0	2	4	6	1	3	5
3	0	3	6	2	5	1	4
4	0	4	1	5	2	6	3
5	0	5	3	1	6	4	2
6	0	6	5	4	3	2	1

Jika untuk setiap bilangan bulat n yang lebih besar dari 1 didefinisikan $x^n = x^{n-1} * x$, maka $5^{2015} = \dots$
 A). 0 B). 1 C). 2 D). 3

2). Jika $A = \{1, 2, 3, \dots, 50\}$, $S = \{(a, b, c) | a \in A, b \in A, c \in A, b < a, \text{ dan } b < c\}$, dan $T = \{(a, b, c) | a \in A, b \in A, c \in A, \text{ dan } a = c\}$, maka anggota dari $S \cap T$ ada sebanyak ...
 A). 50 B). 1225 C). 1275 D). 2500

3). Nilai ujian lima orang siswa, yakni Adi, Budi, Cici, Didi, dan Eki adalah bilangan bulat dan mempunyai rata-rata samadengan mediannya. Diketahui nilai tertinggi adalah 10 dan terendah adalah 4. Jika yang memperoleh nilai tertinggi adalah Adi dan yang terendah adalah Eki, maka susunan nilai yang mungkin ada sebanyak ...
 A). 3 B). 4 C). 13 D). 16

4). Diketahui lingkaran dengan pusat O dan mempunyai diameter AB . Segitiga CDE siku-siku di D , DE pada diameter AB sehingga $DO = OE$ dan $CD = DE$ untuk suatu titik C pada lingkaran. Jika jari-jari lingkaran adalah 1 cm, maka luas segitiga $CDE = \dots \text{ cm}^2$



A). $\frac{3}{5}$ B). $\frac{2}{5}$ C). $\frac{2}{3}$ D). $\frac{1}{2}$

5). Toto dan Titi bejalan mulai dari titik A bersamaan mengelilingi lapangan berbentuk persegi yang panjang sisinya 180 meter. Diasumsikan Toto dan Titi berjalan dengan kecepatan berturut-turut 72 meter/menit dan 60 meter/menit. Jika mereka bertemu untuk pertama kalinya kembali di titik A setelah Toto berjalan n putaran dan Titi berjalan m putaran, maka $n + m$ adalah ...

A). 6 B). 11 C). 20 D). 22

6). Diberikan tiga bilangan asli yakni 1418, 2134, dan 2850. Jika sisa masing-masing bilangan tersebut dibagi x adalah sama yaitu y dengan $y \neq 0$, maka hasil $x + y$ yang mungkin adalah ...

A). 165 B). 179 C). 344 D). 716

7). Dua dadu dan sekeping mata uang logam dilempar sekaligus, kemudian dicatat sisi yang muncul. Jika diasumsikan munculnya setiap mata dadu seimbang dan munculnya setiap mata uang seimbang, maka peluang akan didapatkan sisi angka pada mata uang dan kedua dadu berjumlah 5 adalah ...

A). $\frac{1}{16}$ B). $\frac{1}{18}$ C). $\frac{1}{36}$ D). $\frac{1}{72}$

8). Nilai n yang memungkinkan agar $2^{13} + 2^{10} + 2^n$ merupakan kuadrat sempurna adalah ...

A). 5 B). 7 C). 12 D). 14

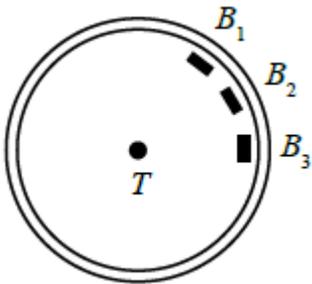
9). Didefinisikan fungsi $f(n) = 2^{n-1} + 2^n - 2^{n+1}$ untuk setiap bilangan asli n . Nilai $f(1) + f(2) + \dots + f(5)$ adalah ...

A). -31 B). -15 C). 15 D). 31

10). Nilai $\frac{\sqrt{3^{2015}}}{\sqrt{3^{2015}} - \sqrt{3^{2013}}}$ adalah ...

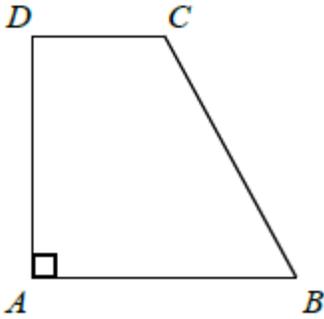
A). $\frac{\sqrt{3}}{2}$ B). $\frac{\sqrt{3}}{4}$ C). $\frac{3}{2}$ D). $\frac{3}{4}$

11). Suatu taman kota dibatasi oleh lintasan lari berbentuk lingkaran (seperti pada gambar) dan tepat di titik pusat taman dibangun tugu (T) yang dihiasi lampu. Di sepanjang tepi bagian dalam taman, diletakkan 12 bangku permanen (B) secara berurutan, sebut $B_1, B_2, B_3, \dots, B_{12}$. Jarak antara bangku yang berurutan dibuat sama (termasuk B_{12} ke B_1). Jarak tugu ke lintasan lari adalah 50 meter. Bakri, Bima, dan Budi berlari pada lintasan lari mulai di depan bangku B_1 . Bakri dan Bima berlari searah perputaran jarum jam (dari B_1 ke arah B_2), sedangkan Budi berlari mengambil arah berlawanan. Jika setelah 20 menit posisi Bakri di depan bangku B_7 , Bima di depan B_6 , dan Budi di depan bangku B_4 , maka jarak total yang telah ditempuh tiga orang ini mendekati ... meter (gunakan $\pi = 3,14$)



A). 549 B). 523 C). 471 D). 392

12). Diketahui $ABCD$ adalah trapesium, AB sejajar CD , dan $AB + CD = BC$. Jika panjang $AD = 12$, maka $AB \times CD$ adalah ...



A). 46 B). 52 C). 38 D). 36

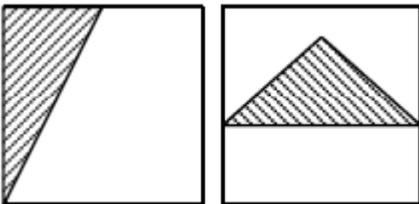
13). Anton dan kakaknya berulang tahun pada tanggal 1 Januari. Pada tahun 2015, umur Anton dan kakaknya samadengan jumlah angka-angka tahun kelahirannya masing-masing. Jika orang tua mereka menikah 25 tahun yang lalu, maka jumlah umur Anton dan kakaknya pada tahun 2015 yang mungkin adalah ... tahun

A). 22 B). 24 C). 26 D). 30

14). Penyedia jasa pengasuh bayi usia di bawah tiga tahun, memberlakukan tarif upah pengasuh bayi sebagai berikut. Upah setiap jam sebesar Rp 40.000,00 untuk tiga jam pertama. Selanjutnya diberlakukan aturan sebagai berikut. Untuk setiap satu jam berikutnya di siang hari (mulai pukul 06.00 sampai dengan pukul 18.00), dikenakan upah sebesar 20% lebih banyak daripada upah satu jam sebelumnya. Adapun upah untuk malam hari di atas tiga jam pertama dikenakan tetap sebesar Rp 30.000,00 setiap jam. Jika keluarga Adang menitipkan bayinya pada pukul 16.00 sampai pukul 09.00 hari berikutnya, maka keluarga Adang harus membayar biaya penitipan bayi tersebut sebesar Rp ...

A). 571.040,00 B). 581.040,00
C). 585.600,00 D). 595.600,00

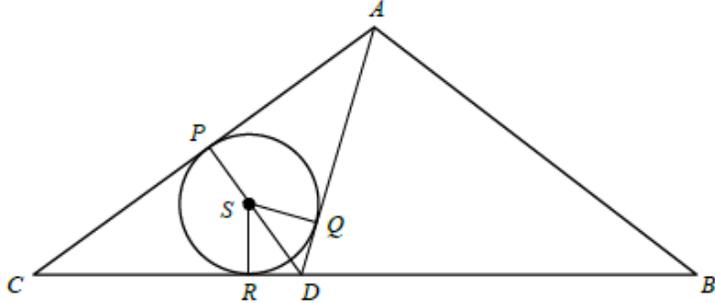
15). Suatu kardus polos dari kertas berbentuk kubus. Volume kardus adalah 64.000 cm^3 . Fitri memotong tepat pada rusuk kubus dan mengambil dua sisi bagian samping kardus tersebut. Fitri melakukan garis pada satu potong sisi kardus dan diperoleh satu segitiga siku-siku yang perbandingan dua sisi siku-siku adalah 1:2. Pada satu potongan sisi kardus yang lain dilukis satu segitiga samakaki (lihat gambar). Jika ternyata dua segitiga ini sama luasnya, maka panjang sisi yang sama pada segitiga samakaki adalah ... cm



A). 10 B). $10\sqrt{2}$ C). 20 D). $20\sqrt{2}$

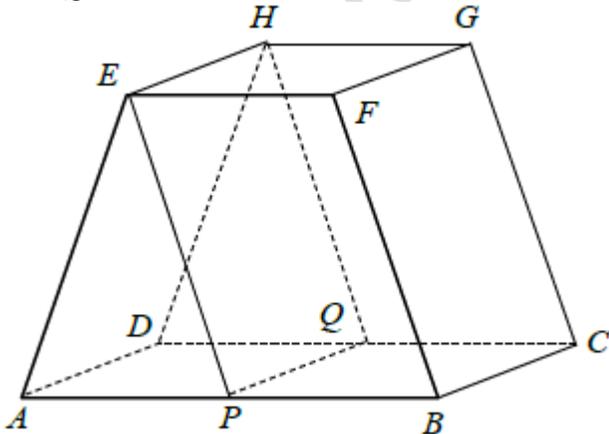
Bagian B: soal isian singkat

- 1). Misal x adalah suatu bilangan bulat dan $x^2 + 5x + 6$ adalah suatu bilangan prima, maka nilai x adalah ...
- 2). Parabola $y = ax^2 + bx + c$ melalui titik $(-2, 6)$ dan mempunyai sumbu simetri $x = -1$. Jika $a, b,$ dan c merupakan bilangan genap positif berurutan, maka nilai $a + b + c$ adalah ...
- 3). Perhatikan gambar berikut.



Titik $P, Q,$ dan R masing-masing adalah titik singgung lingkaran pada sisi-sisi $\triangle ACD$. Diketahui $\angle SDR = 60^\circ$, panjang $SR =$ panjang $SQ = 1$ cm, dan panjang $RD = \frac{\sqrt{3}}{3}$ cm. Jika $\triangle ABC$ samakaki, maka luas $\triangle ABC$ adalah ... cm^2

- 4). Dua botol yang berukuran sama berisi penuh dengan larutan gula. Rasio kandungan gula dan air pada botol pertama adalah 2:11 dan pada botol kedua adalah 3:5. Jika isi kedua botol tersebut dicampurkan, maka rasio kandungan gula dan air hasil campurannya adalah ...
- 5). Misalkan $f(x) = 209 - x^2$. Jika terdapat dua bilangan bulat positif a dan b dengan $a < b$ sehingga $f(ab) = f(a + 2b) - f(a - 2b)$, maka $\frac{b}{a} = \dots$
- 6). Jika jumlah 4 suku pertama suatu barisan aritmatika adalah 70 dan jumlah 12 suku berikutnya adalah 690, maka suku ke- 2015 barisan tersebut adalah ...
- 7). Diketahui sebuah prisma yang dibentuk oleh bidang-bidang sisi berupa dua trapezium yang kongruen $ABFE$ dan $DCGH$. Jika AB sejajar EF , panjang $AE =$ panjang BF , panjang $AB = 2$ kali panjang EF , panjang $AP =$ panjang $PB =$ panjang $DQ =$ panjang QC , $AD \perp AB$ dan $EH \perp EF$, maka perbandingan volume prisma $APE.DQH$ dan prisma $PBFE.QCGH$ adalah ...



8). Mulai tahun ini materi OSN SMP bidang Fisika dan Biologi digabung menjadi satu, yaitu IPA, sehingga wakil dari setiap sekolah tahun ini maksimum 3 orang. Diketahui bahwa di Sekolah Teladan terdapat 6 calon siswa yang siap dikirim untuk mengikuti lomba OSN SMP dengan kemampuan sebagai berikut:

Siswa A: Siap mewakili bidang lomba Matematika, IPA, atau IPS

Siswa B dan C: Siap mewakili bidang lomba Matematika atau IPA

Siswa D: Siap mewakili bidang lomba Matematika atau IPS

Siswa E: Siap mewakili bidang lomba IPA atau IPS

Siswa F: Siap mewakili bidang lomba IPS

Siswa A dan B merupakan saudara kandung, sehingga sekolah mengambil kebijakan yakni tidak mengizinkan dua orang bersaudara untuk mewakili sekolah (artinya jika A terpilih maka B tidak terpilih, begitu pula sebaliknya). Jika Sekolah Teladan memutuskan untuk mengirimkan 3 siswa untuk mengikuti semua bidang lomba, maka cara yang mungkin untuk memilih wakil sekolah tersebut ke OSN SMP tahun ini ada sebanyak ...

9). Sebuah $\triangle ABC$ dicerminkan terhadap sumbu Y , kemudian dicerminkan lagi terhadap garis $y = 3$ sehingga hasil pencerminannya adalah $\triangle A'B'C'$. Jika koordinat titik-titik $A'(8,0)$, $B'(8,-4)$, $C'(4,0)$, maka koordinat titik-titik A , B , dan C berturut-turut adalah ...

10). Tini ingin membuat gelang dari bahan manik-manik berwarna-warni yang terdiri dari masing-masing 3 butir manik-manik berwarna merah, kuning, hijau, biru, dan putih. Ia ingin menyusun manik-manik tersebut sedemikian rupa sehingga di antara 2 manik-manik berwarna putih selalu terdapat 4 manik-manik berwarna selain putih. Banyak susunan gelang yang mungkin untuk dibuat adalah ...