

## SOAL SELEKSI OLIMPIADE SAINS TINGKAT KABUPATEN/KOTA 2015 CALON TIM OLIMPIADE MATEMATIKA INDONESIA 2016



## **Bidang Matematika**

Waktu: 120 menit

KEMENTERIAN PENDIDIKAN DAN KEBUDAYAAN DIREKTORAT JENDERAL PENDIDIKAN MENENGAH DIREKTORAT PEMBINAAN SEKOLAH MENENGAH ATAS TAHUN 2015

## Olimpiade Sains Nasional Bidang Matematika SMA/MA Seleksi Tingkat Kota/Kabupaten Tahun 2015

Waktu: 120 menit

Petunjuk: Untuk masing-masing soal, tulis jawab akhirnya saja (tanpa penjabaran) di lembar jawab yang disediakan.

- 1. Banyaknya faktor bulat positif dari 2015 adalah ....
- 2. Suatu dadu ditos enam kali. Probabilitas jumlah mata yang muncul 9 adalah ....
- 3. Jika  $(f \circ g)(x) = \frac{7x+3}{5x-9} \operatorname{dan} g(x) = 2x-4$ , maka nilai f(2) adalah ....
- 4. Diberikan trapesium ABCD, dengan AB sejajar DC dan AB = 84 serta DC = 25. Jika trapesium ABCD memiliki lingkaran dalam yang menyinggung keempat sisinya, keliling trapesium ABCD adalah ....
- 5. Diketahui barisan bilangan real  $a_1, a_2, \ldots, a_n, \ldots$  merupakan barisan geometri. Jika  $a_1 + a_4 = 20$ , maka nilai minimal dari

$$a_1 + a_2 + a_3 + a_4 + a_5 + a_6$$

adalah ....

- 6. Bilangan bulat *x* jika dikalikan 11 terletak diantara 1500 dan 2000. Jika *x* dikalikan 7 terletak antara 970 dan 1275. Jika *x* dikalikan 5 terletak antara 960 dan 900. Banyaknya bilangan *x* sedemikian yang habis dibagi 3 sekaligus habis dibagi 5 ada sebanyak ....
- 7. Suatu sekolah mempunyai lima kelompok belajar siswa kelas 11. Kelompok-kelompok belajar itu berturut-turut mengirimkan 2, 2, 2, 3, dan 3 siswa untuk suatu pertemuan. Mereka akan duduk melingkar sehingga setiap siswa memiliki paling sedikit satu teman dari kelompok belajar yang sama yang duduk disampingnya. Banyaknya cara melakukan hal tersebut adalah ....
- 8. Diberikan segitiga ABC dengan sudut  $ABC = 90^{\circ}$ . Lingkaran  $L_1$  dengan AB sebagai diameter sedangkan lingkaran  $L_2$  dengan BC sebagai diameternya. Kedua lingkaran  $L_1$  dan  $L_2$  berpotongan di B dan P. Jika AB = 5, BC = 12 dan BP = x, maka nilai dari  $\frac{240}{x}$  adalah ....
- 9. Diketahui bilangan real positif a dan b memenuhi persamaan  $a^4 + a^2b^2 + b^4 = 6 \quad \text{dan} \quad a^2 + ab + b^2 = 4$  Nilai dari a + b adalah ....

10. Diketahui susunan  $4 \times 5$  titik yang jarak ke kanan sama dan jarak ke bawah sama. Ada berapa segitiga (dengan luas positif) yang titik-titik sudutnya adalah ketiga titik pada susunan tersebut?

11. Bilangan x adalah bilangan bulat positif terkecil yang membuat

$$31^n + x \cdot 96^n$$

merupakan kelipatan 2015 untuk setiap bilangan asli n. Nilai x adalah ....

12. Semua bilangan bulat *n* yang memenuhi

$$p(n) = \frac{n^8 + n^7 + n^6 + 2n^5 + 2n^4 + 2n^3 + 2n^2 + 2017}{n^2 - n + 1}$$

bulat adalah ....

- 13. Diketahui a, b, c akar dari persamaan  $x^3 5x^2 9x + 10 = 0$ . Jika sukubanyak  $P(x) = Ax^3 + Bx^2 + Cx 2015$  memenuhi P(a) = b + c, P(b) = a + c, P(c) = a + b, maka nilai dari A + B + C adalah ....
- 14. Pada segitiga ABC, garis tinggi AD, garis bagi BE dan garis berat CF berpotongan di satu titik. Jika panjang AB = 4 dan BC = 5, dan  $CD = m^2/n^2$  dengan m dan n relatif prima, maka nilai dari m n adalah ....
- 15. Banyaknya bilangan asli  $n \le 2015$  yang dapat dinyatakan dalam bentuk n = a + b dengan a, b bilangan asli yang memenuhi a b bilangan prima dan ab bilangan kuadrat sempurna adalah ....
- 16. Tiga titik berbeda B, C, dan D terletak segaris dengan C diantara B dan D. Titik A adalah suatu titik yang tidak terletak digaris BD dan memenuhi |AB| = |AC| = |CD|. Jika diketahui

$$\frac{1}{|CD|} - \frac{1}{|BD|} = \frac{1}{|CD| + |BD|}$$

maka besar sudut ∠BAC adalah ....

- 17. Masing-masing kotak pada papan catur berukuran  $3 \times 3$  dilabeli dengan satu angka, yaitu 1, 2, atau 3. Banyaknya penomoran yang mungkin sehingga jumlah angka pada masing-masing baris dan masing-masing kolom habis dibagi oleh 3 adalah ....
- 18. Pada segilima beraturan ABCDE, diagonal-diagonalnya berpotongan di F, G, H, I dan J. misalkan  $S_1$  menyatakan luas segilima ABCDE dan  $S_2$  menyatakan luas segilima FGHIJ. Jika  $\frac{S_1}{S_2} = \frac{m \sqrt{n}}{k}$ , dengan k, m, n bilangan bulat positif dan n tidak memiliki faktor kuadrat selain 1, maka nilai dari k + m + n adalah ....

- 19. Suatu permutasi  $a_1, a_2, ..., a_{10}$  dari  $\{1, 2, ..., 10\}$  dikatakan sebagai suatu permutasi yang *hampir naik* jika terdapat tepat satu indeks *i* sehingga  $a_{i-1} > a_i$ . Banyaknya permutasi hampir naik yang mungkin adalah ....
- 20. Untuk setiap bilangan real a, didefinisikan f(a) sebagai nilai maksimal dari

$$\left| \sin x + \frac{2}{3 + \sin x} + a \right|$$

Nilai minimal dari f(a) adalah ....