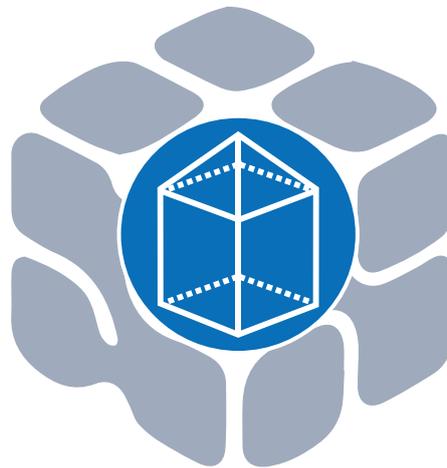




**SOAL SELEKSI
KOMPETISI SAINS TINGKAT KABUPATEN/KOTA 2020
CALON TIM KOMPETISI MATEMATIKA INDONESIA 2021**



Bidang Matematika

Waktu : 120 menit

**KEMENTERIAN PENDIDIKAN DAN KEBUDAYAAN
SEKERTARIS JENDERAL
KEMENTERIAN PENDIDIKAN DAN KEBUDAYAAN
PUSAT PRESTASI NASIONAL
TAHUN 2020**

Kompetisi Sains Nasional Bidang Matematika SMA/MA
Seleksi Tingkat Kota/Kabupaten
Tahun 2020

Waktu: 120 menit

Kemampuan Dasar

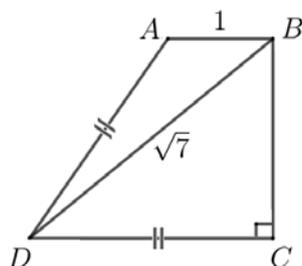
Pada bagian ini setiap jawaban yang benar bernilai 2 poin dan setiap jawaban yang salah atau kosong bernilai nol.

1. Misalkan

$$f(x) = \frac{3(x-1)(x-2)}{2} + \frac{(x-2)(x-3)}{2} - 2(x-1)(x-3).$$

Nilai dari $f(20)$ adalah

2. Diberikan sebuah kubus besar berukuran $3 \times 3 \times 3$ yang seluruh permukaannya dicat dengan warna merah. Kubus tersebut dipotong menjadi 27 kubus satuan (kubus berukuran $1 \times 1 \times 1$). Diketahui bahwa Amir mengambil satu kubus kecil yang salah satu sisinya berwarna merah. Peluang kubus kecil yang diambil Amir memiliki tepat dua sisi berwarna merah adalah
3. Diberikan trapesium siku-siku seperti pada gambar di bawah ini.



Jika $AB = 1$, $BD = \sqrt{7}$ dan $AD = CD$, maka luas trapesium tersebut adalah

4. Misalkan x, y bilangan asli sehingga $2x + 3y = 2020$. Nilai terbesar yang mungkin dari $3x + 2y$ adalah
5. Suatu barisan bilangan real a_1, a_2, a_3, \dots memenuhi $a_1 = 1$, $a_2 = \frac{3}{5}$, dan

$$\frac{1}{a_n} = \frac{2}{a_{n-1}} - \frac{1}{a_{n-2}} \quad \text{untuk setiap } n \geq 3.$$

Bilangan a_{2020} dapat ditulis sebagai $\frac{p}{q}$ dengan p dan q bilangan asli relatif prima. Nilai $p + q$ adalah ...

6. Diketahui S adalah himpunan semua titik (x, y) pada bidang Cartesius, dengan x, y bilangan bulat, $0 \leq x \leq 20$ dan $0 \leq y \leq 19$. Banyaknya cara memilih dua titik berbeda di S sehingga titik tengahnya juga ada di S adalah

Catatan: Dua titik $P(a, b)$ dan $Q(c, d)$ berbeda jika $a \neq c$ atau $b \neq d$. Pasangan titik (P, Q) dan (Q, P) dianggap sama.

7. Diketahui segitiga ABC dengan panjang sisi $BC = 3$, $CA = 4$, dan $AB = 5$. Titik P terletak pada AB dan Q terletak AC sehingga $AP = AQ$ dan garis PQ membagi segitiga ABC menjadi dua daerah dengan luas yang sama. Panjang segmen PQ adalah

8. Himpunan penyelesaian dari persamaan

$$|x + 1| + \left| \frac{19}{x - 1} \right| = \frac{20 - x^2}{1 - x}$$

adalah interval $[a, b)$. Nilai dari $b - a$ adalah

9. Misalkan $n \geq 2$ bilangan asli sedemikian sehingga untuk setiap bilangan asli a, b dengan $a + b = n$ berlaku $a^2 + b^2$ merupakan bilangan prima. Hasil penjumlahan semua bilangan asli n semacam itu adalah
10. Suatu komite yang terdiri dari beberapa anggota hendak menghadiri 40 rapat. Diketahui bahwa setiap rapat dihadiri tepat 10 anggota komite dan setiap dua anggota menghadiri rapat bersama paling banyak satu kali. Banyaknya anggota komite terkecil yang mungkin adalah

Kemampuan Lanjut

Pada bagian ini setiap jawaban yang benar bernilai 4 poin, jawaban kosong bernilai nol dan jawaban **salah** bernilai -1 (**minus satu**)

1. Diberikan segitiga ABC dengan $\angle ACB = 48^\circ$. Garis bagi $\angle BAC$ memotong sisi BC dan lingkaran luar ABC berturut-turut di titik D dan E . Jika $AC = AB + DE$, maka $\angle ABC = \dots$

2. Misalkan p suatu bilangan prima sehingga terdapat pasangan bilangan asli (m, n) dengan $n > 1$ yang memenuhi

$$mn^2 + mnp + m + n + p = mn + mp + np + n^2 + 2020.$$

Semua nilai p yang mungkin adalah \dots

3. Misalkan $P(x)$ suatu polinom sehingga $P(x) + 8x = P(x - 2) + 6x^2$. Jika $P(1) = 1$, maka $P(2) = \dots$

4. Banyaknya tripel bilangan bulat (x, y, z) dengan $0 \leq x \leq y \leq z$ yang memenuhi persamaan $x + y + z = 32$ adalah \dots

5. Misalkan ABC segitiga dan P, Q, R titik pada sisi BC, CA, AB . Jika luas segitiga ABC sama dengan 20 kali luas segitiga PQR dan $\frac{AQ}{AC} + \frac{BR}{BA} + \frac{CP}{CB} = 1$, maka

$$\left(\frac{AQ}{AC}\right)^2 + \left(\frac{BR}{BA}\right)^2 + \left(\frac{CP}{CB}\right)^2 = \dots$$

6. Kwartet bilangan asli (a, b, c, d) dikatakan **keren** jika memenuhi

$$b = a^2 + 1, \quad c = b^2 + 1, \quad d = c^2 + 1$$

dan $\tau(a) + \tau(b) + \tau(c) + \tau(d)$ bilangan ganjil. Banyaknya kwartet keren (a, b, c, d) dengan $a, b, c, d < 10^6$ adalah \dots

Catatan: Untuk bilangan asli k , $\tau(k)$ menyatakan banyaknya faktor positif dari k .

7. Misalkan a, b, c bilangan real tak negatif dengan $a + 2b + 3c = 1$. Nilai maksimum dari $ab + 2ac$ adalah \dots

8. Bilangan asli n terkecil sehingga $n + 3$ dan $2020n + 1$ bilangan kuadrat sempurna adalah \dots

9. Lima tim bertanding satu sama lain dimana setiap dua tim bertanding tepat sekali. Dalam setiap pertandingan, masing-masing tim memiliki peluang $1/2$ untuk menang dan tidak ada pertandingan yang berakhir seri. Peluang bahwa setiap tim menang minimal sekali dan kalah minimal sekali adalah \dots

10. Misalkan H adalah titik tinggi dari segitiga lancip ABC dan P adalah titik tengah CH . Jika $AP = 3$, $BP = 2$ dan $CP = 1$, maka panjang sisi AB adalah \dots

Catatan: Titik tinggi suatu segitiga adalah perpotongan ketiga garis tinggi dari segitiga tersebut.