



KOMPETISI SAINS MADRASAH
TINGKAT NASIONAL
TAHUN 2017



NASKAH SOAL
MATEMATIKA TINGKAT MA IC

NAMA : _____
MADRASAH : _____
PROVINSI : _____

PETUNJUK UMUM

1. Sebelum mengerjakan soal, telitilah jumlah dan nomor halaman yang terdapat pada naskah soal. Naskah terdiri atas 6 halaman dengan 3 soal eksplorasi.
2. Tulislah nama dan asal Madrasah Saudara pada lembar yang telah disediakan, sesuai petunjuk yang diberikan pengawas ujian.
3. Waktu yang diberikan untuk mengerjakan soal eksplorasi adalah 180 menit.
4. Setiap soal eksplorasi mempunyai bobot nilai yang sama.
5. Bacalah dengan cermat setiap petunjuk yang menjelaskan cara menjawab soal.
6. Tulislah jawaban Saudara pada lembar jawaban yang disediakan dengan menggunakan pena atau ballpoint, tidak diperkenankan menjawab dengan menggunakan pensil (kecuali untuk gambar).
7. Tuliskan penyelesaian soal-soal essay ini dengan memberi uraian lengkap, jelas langkah-langkahnya dan sebutkan rumus/dalil yang digunakan.
8. Tulislah jawaban di lembar jawab yang sudah disediakan (di bawah soal dan di kertas selanjutnya), apabila tempat menulis tidak cukup, mintalah lembar jawab tambahan kepada pengawas ujian. Satu lembar kertas hanya untuk satu jawaban untuk soal yang tertulis di lembar tersebut.
9. Untuk keperluan coret-mencoret, penggunaan kertas yang disediakan oleh pengawas ujian.
10. Selama ujian, Saudara tidak diperkenankan bertanya atau meminta penjelasan mengenai soal-soal yang diujikan kepada siapapun, termasuk pengawas ujian.
11. Tidak diperkenankan menggunakan penghapus cair untuk menghapus kesalahan. Kesalahan hendaknya dicoret pada kata/angka/symbol yang salah dan dituliskan kata/angka/symbol yang benar.
12. Tidak diperkenankan menggunakan alat bantu hitung dalam bentuk apapun.
13. Apabila Saudara akan meninggalkan ruang lomba untuk keperluan ke kamar kecil/toilet, mintalah ijin pada pengawas ujian.
14. Setelah ujian selesai, harap Saudara tetap duduk di tempat Saudara sampai pengawas datang untuk mengumpulkan lembar jawaban dan naskah soal.
15. Berdoalah sebelum mengerjakan ujian, semoga Saudara diberikan kemudahan dalam mengerjakan soal.

HARI KEDUA EKSPLORASI

Follow and Subscribe ya...! Agar web dan channel ini berkembang. Terima kasih

www.catatanmatematika.com | [youtube: b4ngrp](https://www.youtube.com/channel/UCb4ngrp)

SOAL 1. Pada waktu pelajaran mengenai teori bilangan di kelas XIA, Pak Kobra memberikan penjelasan bahwa pasangan empat bilangan bulat $(23, 1, 15, 2)$ merupakan contoh penyelesaian bulat dari sistem persamaan

$$a + b + 6 = xy$$

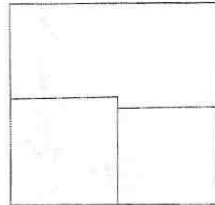
$$x + y + 6 = ab$$

dengan $a \geq b \geq 1$ dan $x \geq y \geq 1$. Selanjutnya Pak Kobra meminta setiap siswa untuk menuliskan semua pasangan empat bilangan bulat (a, b, x, y) yang memenuhi sistem persamaan di atas. Jika Saudara adalah salah satu siswa di kelas tersebut, tuliskan dan jelaskan jawaban Saudara.

JAWAB.

SOAL 2.

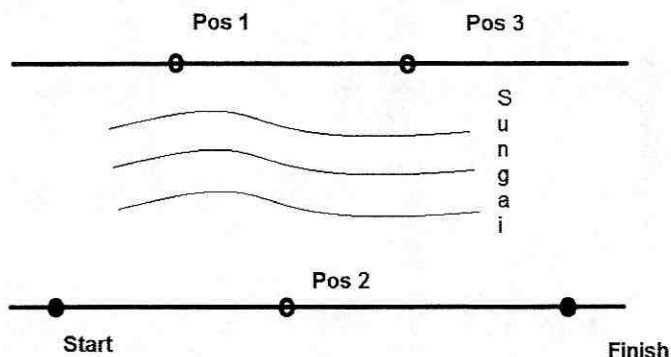
- (a) Buktikan sebarang dua persegi yang jumlah luasnya kurang dari atau sama dengan 1 satuan luas dapat ditempatkan di dalam sebuah persegi yang luasnya 2 satuan luas sehingga daerah di dalam dua persegi yang ditempatkan tidak beririsan (sisi-sisi persegi boleh beririsan) seperti tampak pada gambar



- (b) Buktikan sebarang empat persegi yang jumlah luasnya kurang dari atau sama dengan 1 satuan luas dapat ditempatkan di dalam sebuah persegi yang luasnya 2 satuan luas sehingga daerah di dalam empat persegi yang ditempatkan tidak saling beririsan (sisi-sisi persegi boleh beririsan). Selanjutnya gambarkan ilustrasinya.
- (c) Buktikan sebarang lima persegi yang jumlah luasnya kurang dari atau sama dengan 1 satuan luas dapat ditempatkan di dalam sebuah persegi yang luasnya 2 satuan luas sehingga daerah di dalam lima persegi yang ditempatkan tidak saling beririsan (sisi-sisi persegi boleh beririsan). Selanjutnya gambarkan ilustrasinya.

JAWAB.

SOAL 3. Titik start dan finish dari suatu lomba renang zigzag adalah 2 titik pada tepi sungai yang sama. Setiap peserta lomba harus berenang dari titik start ke Pos 1, Pos 2, Pos 3, dan berakhir di titik finish (perhatikan gambar).



Jika setiap peserta dibebaskan untuk menentukan titik-titik Pos 1, Pos 2, dan Pos 3 dengan ketentuan Pos 1 dan Pos 3 harus di titik yang berbeda dan Pos 2 tidak boleh di titik start atau di titik finish serta diasumsikan bahwa kedua tepi sungai merupakan dua garis lurus yang sejajar, tentukan di mana Pos 1, Pos 2, dan Pos 3 harus diletakkan agar lintasan renang dari titik start ke finish sependek mungkin.

JAWAB.



KOMPETISI SAINS MADRASAH
TINGKAT NASIONAL
TAHUN 2017



NASKAH SOAL
MATEMATIKA TINGKAT MA IC

NAMA : _____
MADRASAH : _____
PROVINSI : _____

HARI PERTAMA TEORI

Follow and Subscribe ya...! Agar web dan channel ini berkembang. Terima kasih

www.catatanmatematika.com | [youtube: b4ngrp](https://www.youtube.com/channel/UCb4ngrp)

SOAL 1. Untuk sebarang bilangan bulat positif n , didefinisikan $S_n = 2 + 4 + \dots + 2n$. Tentukan nilai maksimum $\frac{S_n}{(n+8)S_{n+1}}$.

JAWAB.

SOAL 2. Misalkan 2017 dinyatakan sebagai jumlahan 2017 bilangan bulat dan S adalah penjumlahan dari pangkat tiga kedua ribu tujuh belas bilangan tersebut. Tentukan sisa pembagian S oleh 6 .

JAWAB.

SOAL 3. Diberikan segitiga ABC dengan $AB = 8$ cm, $BC = 7$ cm, dan $CA = 5$ cm. Titik-titik P, Q, R berturut-turut pada sisi BC, CA , dan AB sehingga $\angle BPR = \angle CPQ$, $\angle AQR = \angle CQP$, dan $\angle ARQ = \angle BRP$. Tentukan panjang QR .

JAWAB.

SOAL 4. Sebanyak 2017 lampu yang dilengkapi dengan saklar diletakkan melingkar. Setiap langkah, kita hanya diperbolehkan untuk memilih sebuah lampu dan mengubah keadaan lampu di sebelah kanan dan kirinya (mematikan lampu yang hidup atau menghidupkan lampu yang mati).

- (a) Jika pada awalnya semua lampu mati, dapatkah kita menghidupkan semua lampu dengan beberapa langkah?
- (b) Jika pada awalnya hanya ada 1 lampu yang hidup, tunjukkan bahwa kita dapat menghidupkan semua lampu dengan beberapa langkah.

JAWAB.

SOAL 5. Tentukan semua pasangan tiga bilangan asli (a, b, c) yang memenuhi persamaan

$$2(ab + bc + ca) = 3abc$$

JAWAB.

SOAL 6. Lambang \overline{abc} menyatakan bilangan 3 digit dengan digit ratusan a , digit puluhan b , dan digit satuan c . Begitu pula, lambang \overline{ab} menyatakan bilangan dua digit dengan digit puluhan a dan digit satuan b . Tentukan banyaknya bilangan tiga digit \overline{abc} tanpa digit 0 sehingga $\overline{ab} > \overline{bc} > \overline{ca}$.

JAWAB.



KOMPETISI SAINS MADRASAH
TINGKAT NASIONAL
TAHUN 2017



NASKAH SOAL
MATEMATIKA TINGKAT MA REGULER

NAMA : _____
MADRASAH : _____
PROVINSI : _____

PETUNJUK UMUM

1. Sebelum mengerjakan soal, telitilah jumlah dan nomor halaman yang terdapat pada naskah soal. Naskah terdiri atas 12 halaman dengan 6 soal teori.
2. Tulislah nama dan asal Madrasah Saudara pada lembar yang telah disediakan, sesuai petunjuk yang diberikan pengawas ujian.
3. Waktu yang diberikan untuk mengerjakan soal teori adalah 120 menit.
4. Setiap soal teori mempunyai bobot nilai yang sama.
5. Bacalah dengan cermat setiap petunjuk yang menjelaskan cara menjawab soal.
6. Tulislah jawaban Saudara pada lembar jawaban yang disediakan dengan menggunakan pena atau ballpoint, tidak diperkenankan menjawab dengan menggunakan pensil (kecuali untuk gambar).
7. Tuliskan penyelesaian soal-soal essay ini dengan memberi uraian lengkap, jelas langkah-langkahnya dan sebutkan rumus/dalil yang digunakan.
8. Tuliskan jawaban di lembar jawab yang sudah disediakan (di bawah soal dan di kertas selanjutnya), apabila tempat menulis tidak cukup, mintalah lembar jawab tambahan kepada pengawas ujian. Satu lembar kertas hanya untuk satu jawaban untuk soal yang tertulis di lembar tersebut.
9. Untuk keperluan coret-mencoret, pergunakan kertas yang disediakan oleh pengawas ujian.
10. Selama ujian, Saudara tidak diperkenankan bertanya atau meminta penjelasan mengenai soal-soal yang diujikan kepada siapapun, termasuk pengawas ujian.
11. Tidak diperkenankan menggunakan penghapus cair untuk menghapus kesalahan. Kesalahan hendaknya dicoret pada kata/angka/symbol yang salah dan dituliskan kata/angka/symbol yang benar.
12. Tidak diperkenankan menggunakan alat bantu hitung dalam bentuk apapun.
13. Apabila Saudara akan meninggalkan ruang lomba untuk keperluan ke kamar kecil/toilet, mintalah ijin pada pengawas ujian.
14. Setelah ujian selesai, harap Saudara tetap duduk di tempat Saudara sampai pengawas datang untuk mengumpulkan lembar jawaban dan naskah soal.
15. Berdoalah sebelum mengerjakan ujian, semoga Saudara diberikan kemudahan dalam mengerjakan soal.

HARI PERTAMA TEORI

Follow and Subscribe ya...! Agar web dan channel ini berkembang. Terima kasih

www.catatanmatematika.com | [youtube: b4ngrp](https://www.youtube.com/channel/UCb4ngrp)

SOAL 1. Diberikan bilangan-bilangan bulat $a_1, a_2, \dots, a_{2017}$ yang semuanya bukan kelipatan 3. Buktikan bahwa $a_1^2 + a_2^2 + \dots + a_{2017}^2 - 2017$ merupakan kelipatan 3.

JAWAB.

SOAL 2. Diberikan bilangan-bilangan real a, b, c , dan d dengan $0 < a < b < c < d$. Diketahui p dan q merupakan dua bilangan real berbeda yang memenuhi persamaan kuadrat $x^2 + dx + a = 0$, sedangkan r dan s merupakan dua bilangan real berbeda yang memenuhi persamaan kuadrat $x^2 + cx + b = 0$. Tunjukkan bahwa p, q, r , dan s semuanya berbeda.

JAWAB.

SOAL 3. Tentukan semua pasangan tiga bilangan asli (a, b, c) yang memenuhi persamaan

$$2(ab + bc + ca) = 3abc$$

JAWAB.

SOAL 4. Diberikan segitiga ABC dengan $AB = 8$ cm, $BC = 7$ cm, dan $CA = 5$ cm. Titik-titik P, Q, R berturut-turut pada sisi BC, CA , dan AB sehingga $\angle BPR = \angle CPQ$, $\angle AQR = \angle CQP$, dan $\angle ARQ = \angle BRP$. Tentukan panjang QR .

JAWAB.

SOAL 5. Sebanyak 2017 lampu yang dilengkapi dengan saklar diletakkan melingkar. Setiap langkah, kita hanya diperbolehkan untuk memilih sebuah lampu dan mengubah keadaan lampu di sebelah kanan dan kirinya (mematikan lampu yang hidup atau menghidupkan lampu yang mati).

- (a) Jika pada awalnya semua lampu mati, dapatkah kita menghidupkan semua lampu dengan beberapa langkah?
- (b) Jika pada awalnya hanya ada 1 lampu yang hidup, tunjukkan bahwa kita dapat menghidupkan semua lampu dengan beberapa langkah.

JAWAB.

SOAL 6. Tentukan semua pasangan bilangan real (x, y) yang memenuhi sistem persamaan

$$x^2 + y^2 = 1$$

$$x^3 + y^3 = 1$$

JAWAB.